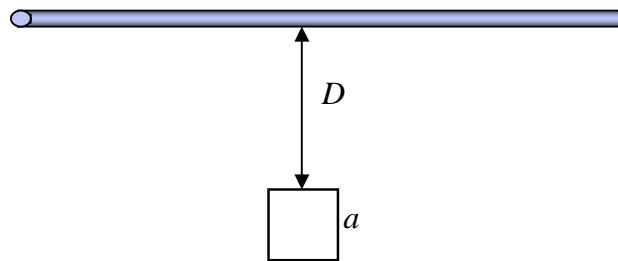


Problema Teórico No. 3

XIII Olimpiada Iberoamericana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México

Levitación de una espira (loop) conductora

En un alambre largo horizontal circula una corriente I que decrece con el tiempo. Una espira conductora es suspendida durante un intervalo de tiempo Δt pequeño. En ese intervalo la espira se mantiene en equilibrio. La espira se encuentra en un plano vertical a una distancia D por debajo del alambre, como se muestra en la figura. La espira es un cuadrado de lado a , masa m y resistencia R . La distancia D es mucho mayor que a . Desprecie la autoinductancia de la espira.



a) Haga un diagrama del sistema indicando claramente las corrientes, campos magnéticos y fuerzas involucradas.

[1.0 punto]

b) Haciendo las aproximaciones que considere oportunas, encuentre la corriente inducida en la espira en función de $\Delta I / \Delta t$.

[3.0 puntos]

c) Encuentre la fuerza magnética neta sobre la espira, indicando su magnitud (módulo), dirección y sentido.

[3.0 puntos]

Sugerencia: $\frac{1}{(1+x)^n} \approx 1 - nx$

d) Calcule la condición que debe satisfacer el producto $I \frac{\Delta I}{\Delta t}$ en función de las cantidades dadas y constantes electromagnéticas, para que la espira se mantenga levitando. Sea muy cuidadoso con los signos de las cantidades involucradas.

[3.0 puntos]

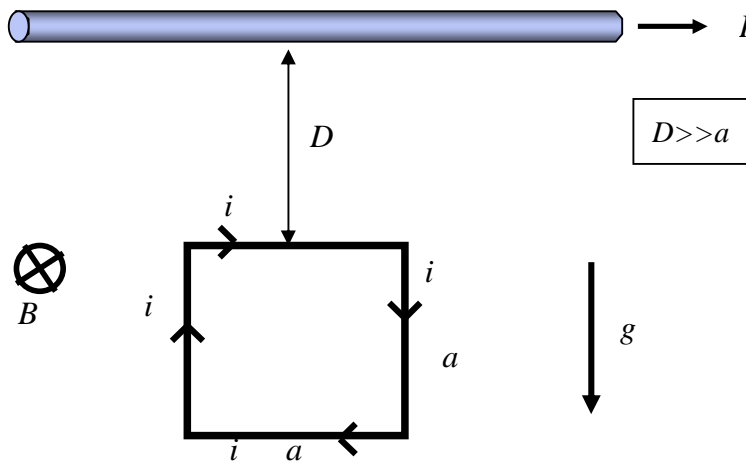
Levitación de una espira conductora

Código del estudiante:	Número de Página:	Total de Páginas:
------------------------	-------------------	-------------------

RESPUESTA

VALOR CALIF.

a) Diagrama del sistema	1.0	
-------------------------	-----	--



El campo B a una distancia r del alambre (Ley de Ampere)

$$B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

El flujo a través de la espira puede calcularse suponiendo que el campo es uniforme sobre la espira, debido a $D \gg a$.

$$\Phi \approx Ba^2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi D} a^2$$

La fuerza electromotriz inducida en el intervalo pequeño Δt (Ley de Faraday)

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\mu_0 a^2}{2\pi D} \frac{\Delta I}{\Delta t} > 0$$

pero $\varepsilon = iR$ (Ley de Ohm) con i la corriente en la espira

b) La corriente inducida en la espira $i = -\frac{\mu_0 a^2}{2\pi R D} \frac{\Delta I}{\Delta t} > 0$	3.0	
---	-----	--

La fuerza magnética entre dos alambres de longitud l separados por una distancia d es

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d}$$

La fuerza es atractiva si las corrientes son paralelas y repulsiva si son antiparalelas. La fuerza es cero si las corrientes son perpendiculares.

Por lo tanto solo existe fuerza magnética sobre los segmentos paralelos al alambre con corriente I .

La fuerza total apunta en la dirección contraria a la gravedad y es:

$$F = \frac{\mu_0 aiI}{2\pi D} - \frac{\mu_0 aiI}{2\pi D-a} \approx \frac{\mu_0 aiI}{2\pi D} \left(1 - \left[1 - \frac{a}{D}\right]\right) = -\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^4}{RD^3} I \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

c) La fuerza magnética tiene magnitud $F = -\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^4}{RD^3} I \frac{\Delta I}{\Delta t}$ y apunta hacia "arriba" es decir hacia el alambre	3.0	
---	-----	--

La fuerza magnética debe ser balanceada por el peso mg de la espira para que ésta mantenga levitando. Igualando dichas fuerzas se obtiene la condición requerida sobre la corriente I :

$mg = -\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)^2 \frac{a^4}{RD^3} I \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow I \frac{\Delta I}{\Delta t} = -\left(\frac{2\pi}{\mu_0}\right)^2 Rmg \frac{D^3}{a^4} < 0$	3.0	
---	-----	--