

Problema Teórico No. 1

XIII Olimpiada Iberoamericana de Física, 2008, Morelia, Michoacán, México

Rayos en una tormenta eléctrica

Introducción

La fascinación y temor por los fenómenos meteorológicos es un hecho que nos acompaña desde la antigüedad. Los antiguos griegos, por ejemplo, asociaban los rayos con Zeus, su dios más poderoso. Según la mitología nórdica, el dios Thor producía los relámpagos al cortar con su espada las nubes en su lucha contra otros dioses.

Por otro lado, el hecho de que haya tantas tormentas eléctricas en el planeta y que los rayos lleven consigo tanta energía, resultan peligrosos para el hombre. En los Estados Unidos, por ejemplo, mueren unas 100 personas al año a causa del impacto por rayos, siendo el estado de Florida el que presenta un mayor número de casos, con un número mayor de muertes al causado por los huracanes y tornados combinados.

El rayo corresponde a una descarga eléctrica en la atmósfera, que se produce entre una nube y la superficie, o entre dos nubes. El aire, desde el punto de vista eléctrico es un buen aislante. Sin embargo, cuando la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos supera un cierto valor límite, en torno a los 30000 V para una distancia aproximada de 1 cm, se produce la ruptura dieléctrica de éste, haciendo que el aire sea conductor eléctrico y se produzca una masiva descarga eléctrica en la forma de un chispazo.



En su trayectoria, el rayo transporta corrientes eléctricas que pueden llegar a varios miles de amperios durante milésimas de segundo con potenciales que se han llegado a estimar en valores que sobrepasaban los 15 millones de voltios. En el hogar, las intensidades eléctricas están en torno a unos cuantos amperios con voltajes de entre 110 y 220 V.

El paso brusco de los electrones por la atmósfera ioniza a las moléculas de aire que, al regresar a su estado normal, producen la luz que se conoce como relámpago. El aumento de temperatura (hasta un valor cercano a 30000 °C) en la zona por donde pasa la descarga y el brusco aumento de presión debido al calentamiento producen las ondas de sonido que constituyen el trueno. La velocidad de propagación del sonido en el aire es del orden de 1200 km/h, de modo que el tiempo transcurrido entre el avistamiento del relámpago y el trueno permite estimar la distancia del observador al punto de ocurrencia del rayo.

La forma en que modelan los físicos e ingenieros a los rayos en la atmósfera que caen sobre la tierra, es considerando a las nubes y a la tierra como un gran condensador (capacitor) de placas paralelas que se descarga directamente a través del aire, produciendo un gran chispazo.

Problema:

Parte I: Antecedentes de laboratorio.

En un laboratorio de física se obtuvo que el voltaje necesario para producir la chispa a través del aire, en un condensador de placas paralelas de área $3.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (35 cm^2), como función de la distancia no varía linealmente. Los resultados se grafican en la figura 1 donde se muestran los puntos experimentales y la línea continua que ajusta a

los puntos experimentales con la curva $V = m \left(\frac{d}{d_0} \right)^\alpha$, donde $m = 5140.0 \text{ V}$, $\alpha = 0.75$,

$d_0 = 10^{-3} \text{ m}$.

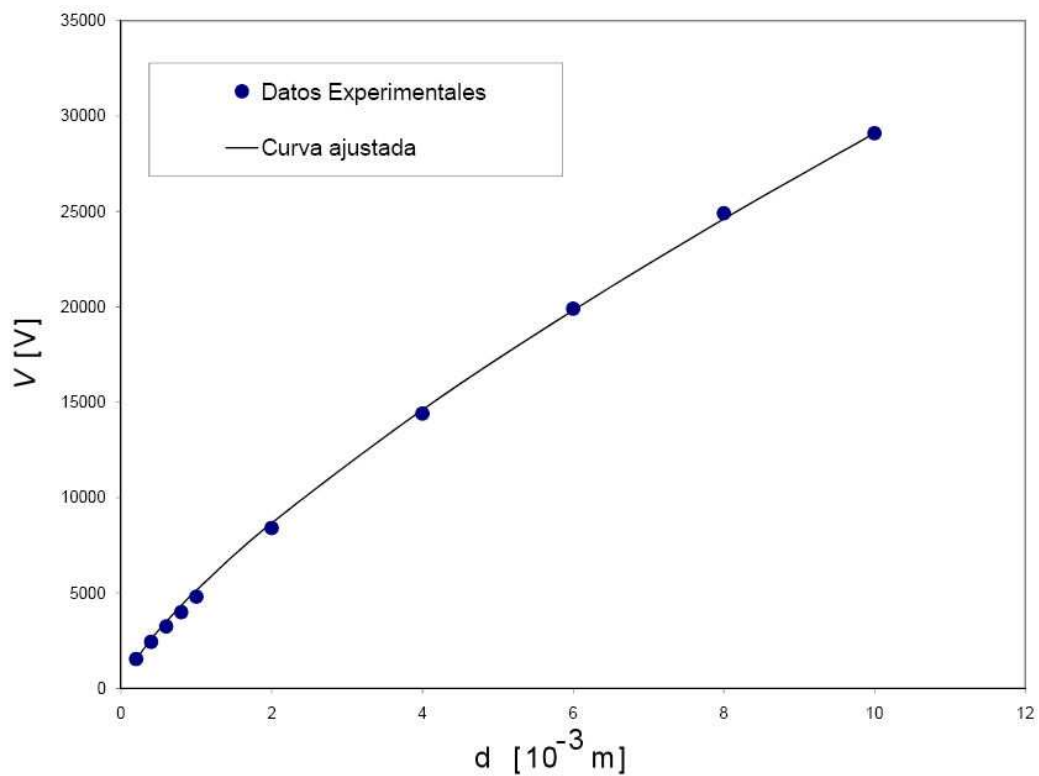


Figura 1. Rompimiento en un condensador

Para la distancia $d = 1 \times 10^{-2}$ m:

(I.a) Calcule la carga y densidad superficial de carga sobre una de las placas para el instante antes de que ocurra el chispazo. [1.0 punto]

(I.b) ¿Cuánto vale el campo eléctrico entre las placas en ese instante? [1.0 punto]

(I.c) Calcule la energía disipada en la descarga del condensador. [1.0 punto]

(I.d) Calcule la fuerza entre las placas. [1.0 punto]

(I.e) Calcule la corriente eléctrica involucrada al paso de electrones de una placa a otra, suponiendo que la descarga ocurre en 1×10^{-4} s. [1.0 punto]

Parte II: Rayos de una nube típica en una tormenta

Una nube típica que produce rayos es la conocida como *Cumulonimbus* que puede tener una base de 4 km de diámetro, y estar a una altura de 2 km sobre la superficie. Esta nube tiene un crecimiento vertical muy grande que puede alcanzar varios kilómetros desde su base. Un tiempo típico para la duración de la descarga de un rayo, desde esa altura, es de 10 milésimas de segundo.

Usando el modelo anterior de condensador de placas paralelas para un rayo que sale de esta nube y cae sobre la tierra:

(II.a) Calcule la diferencia de potencial entre la nube y la tierra para que se produzca el rayo. [1.0 punto]

(II.b) Calcule la corriente eléctrica involucrada en el rayo. [0.5 punto]

(II.c) ¿Cuál es la cantidad de electrones para dar una corriente equivalente? [1.0 punto]

(II.d) En la literatura de divulgación sobre los rayos, se encuentran aseveraciones como que la energía involucrada en el rayo es tal que podría iluminar a una ciudad de tamaño medio durante un año.

Suponiendo que una ciudad de tamaño medio utiliza aproximadamente 2000 GWh para su iluminación durante 1 año, ¿es cierta la aseveración? Calcule la energía involucrada en el rayo para justificar su respuesta.

[1.0 punto]

(II.e) El consumo mundial de energía al año es de 10^{21} J. Suponiendo que caen a la tierra 100 rayos por segundo, calcule la energía involucrada en las tormentas de rayos en un año. ¿Qué porcentaje del consumo mundial de energía podría sustituirse por esta fuente alternativa de energía?

[0.5 punto]

(II.f) Considere que un 50% de la energía que libera el rayo se disipa en la trayectoria en forma de calor. Suponga que la trayectoria fuese un cilindro recto de 0.1 m de diámetro. El calor específico del aire puede considerarse como constante. Calcule el aumento de temperatura en el aire en esa zona suponiendo que el volumen es constante.

[1.0 punto]

Calor específico del aire: $1214 \text{ J/m}^3 \text{ K}$.

$$\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Rayos en una tormenta eléctrica

Código del estudiante:	Número de Página:	Total de Páginas:
------------------------	-------------------	-------------------

Parte I: Antecedentes de laboratorio.

Usando la formula $V = md^\alpha$, con $m = 5140.0$ V, $\alpha = 0.75$ para una distancia $d = 10$ mm (1 cm), da el voltaje $V = 29100$ Voltios.

La capacitancia C de un capacitor de placas planas paralelas es $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ con

$\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$ la constante de permitividad, d la separación entre las placas, A el área de las placas.

Por otro lado, se tiene que $q = CV$ donde q es la carga del capacitor y V la diferencia de potencial.

RESPUESTA

VALOR CALIF.

En el instante antes del chispazo:

(I.a) La carga y densidad superficial de carga son $q = \epsilon_0 \frac{A}{d} V = 9.0 \times 10^{-8} \text{C}$ y $\sigma = \frac{q}{A} = 2.6 \times 10^{-5} \text{Cm}^{-2}$	1.0	
---	-----	--

(I.b) El campo eléctrico en un capacitor de placas planas paralelas es $E = \frac{V}{d} = 2.9 \times 10^6 \text{Vm}^{-1}$	1.0	
--	-----	--

(I.c) La energía almacenada en el capacitor es $U = \frac{1}{2} CV^2 = 1.3 \times 10^{-3} \text{J}$	1.0	
---	-----	--

(I.d) La fuerza entre las placas es $F = -\frac{dU}{dd} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{AV^2}{d^2} = 0.13 \text{N}$	1.0	
--	-----	--

(I.e) La corriente entre una placa y la otra al descargarse completamente en 0.1 milésimas de segundo es $I = \frac{q}{t} = 9.0 \times 10^{-4} \text{ A}$	1.0	
---	-----	--

Parte II: Rayos de una nube típica en una tormenta

(II.a) Usando la formula $V = md^\alpha$, con $m = 5140.0 \text{ V}$, $\alpha = 0.75$ para cuando la distancia es $d = 2 \text{ km}$, da el voltaje $V = 2.7 \times 10^8 \text{ V}$.	1.0	
--	-----	--

(II.b) La carga almacenada en las nubes, suponiendo que es un capacitor de placas paralelas, de sección transversal circular es, $q = \epsilon_0 \frac{A}{d} V = 15.6 \text{ C}$ donde se uso $A = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 = 1.3 \times 10^7 \text{ m}^2$, con $D = 2 \text{ km}$ el diámetro de la nube. Usando 0.01 segundos como tiempo de descarga, la corriente es $I = \frac{q}{t} = 1.4 \times 10^3 \text{ A}$	0.5	
--	-----	--

(II.c) Como la carga de un electrón es $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, el número de electrones es $n = q/e = 9.7 \times 10^{19}$, donde se usó $q = 15.6 \text{ C}$.	1.0	
--	-----	--

(II.d) La energía liberada por el rayo es $U = \frac{1}{2} CV^2 = 2.1 \times 10^9 \text{ J}$ donde se usó $C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = 5.8 \times 10^{-8} \text{ F}$. En un año una ciudad consume de energía $2000 \text{ GWh} = 2000 \times 10^9 \times 3600 = 7.2 \times 10^{15} \text{ J}$ que es 6 órdenes de magnitud mayor que la energía de un rayo.	1.0	
--	-----	--

<p>(II.e) Suponiendo que 100 rayos caen cada segundo, usando el resultado de (II.d), la cantidad de energía que se obtendría en un año es $2.1 \times 10^9 \text{ J} \times 100 \times 3600 \times 24 \times 365 = 6.6 \times 10^{18} \text{ J}$, que es como una centésima del consumo mundial</p>	0.5	
<p>(II.f) Del concepto de calor específico se tiene que $c\Delta V = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ donde c es el calor específico, ΔV es el volumen de la cuerpo, ΔQ es el calor suministrado y ΔT el cambio de temperatura resultante. Considerando $\Delta Q = 0.5U$, con U dada en el inciso (II.d), $\Delta V = \pi(0.1\text{m}/2)^2(2000\text{m}) = 1.6 \times 10^1 \text{ m}^3$ el volumen del aire calentado, se obtiene $\Delta T = 5.4 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{C}$.</p>	1.0	